

# 基于动态磁耦合的驰振能量收集器动力学分析

曹帆,徐鹏,李海涛,董博见

(中北大学理学院,030051 太原)

**摘要:**为了提高能量收集系统在低风速下的能量收集效率,将动态磁铁非线性引入到驰振能量收集系统中。在悬臂梁的末端和底座上分别安装一对磁极相斥的磁铁,其中安装在底座上的磁铁与弹簧相连,可随着磁斥力的变化而垂直移动。首先,根据能量法建立了磁耦合驰振能量收集系统的多场耦合振动控制方程。其次,通过 Runge-Kutta 数值计算方法比较分析了低风速下动态磁耦合驰振能量收集系统(DM-GEH)和固定磁耦合驰振能量收集系统(FM-GEH)的电压输出。DM-GEH 系统的切入风速提前了 81.82%,在 1 m/s ~ 5 m/s 风速范围内能量收集效率提高了 124.22%。最后,针对弹簧支撑刚度进行参数优化,提升了低风速下的能量收集效率。结果表明,通过改变磁铁支撑方式至弹性支撑将改变系统的振动频率并且降低切入风速,相较于弹簧刚度为 1 000 N/m 时,弹簧刚度为 500 N/m 时的系统的切入风速降低了 54.55%,能量收集效率提高了 15.35%。

**关键词:**双稳态;驰振;能量收集;动态磁力

**中图分类号:**TM619;0326 **文献标志码:**A

## Dynamic analysis of a galloping energy harvester based on dynamic magnetic coupling

CAO Fan, XU Peng, LI Haitao, DONG Bojian

(School of science, North University of China, 030051 Taiyuan, China)

**Abstract:** In order to improve the energy harvesting efficiency of the energy harvesting system at low wind speed range, a nonlinear dynamic magnet is introduced into the galloping energy harvesting system. A pair of magnets with opposite magnetic poles are installed at the end of the cantilever beam and the fixture, respectively. A dynamic magnet is connected to the base through a spring and it can move vertically with the change of the magnetic repulsion force. Firstly, based on the energy method, the multi-field coupled vibration governing equation of dynamic magnetically coupled galloping energy harvesting system (DM-GEH) is established. Next, the voltage outputs of the DM-GEH and the fixed magnetically coupled galloping energy harvesting system (FM-GEH) under low wind speed are compared and analyzed by the Runge-Kutta method. Compared to the that of FM-GEH, the cut-in wind speed of the DM-GEH system is

收稿日期:2020-10-22 修回日期:2021-11-15

**基金项目:**国家自然科学基金青年科学基金资助项目(No. 11902294);中国博士后基金资助项目(No. 2018M640373);山西省应用研究基础计划资助项目(No. 201801D221037);山西省高等学校科技创新资助项目(No. 2019L520);中北大学校基金资助项目(No. XJJ201810);中北大学研究生校级科技立项资助项目(No. 20201740);山西省回国留学人员科研资助项目(No. 2020-103)

**通信作者:**徐鹏,教授。E-mail:xptj1972@163.com;李海涛,副教授。E-mail:lihaitao5884@163.com

**引用格式:**曹帆,徐鹏,李海涛,等. 基于动态磁耦合的驰振能量收集器动力学分析[J]. 应用力学学报,2022,39(2):304-311.

CAO Fan, XU Peng, LI Haitao, et al. Dynamic analysis of a galloping energy harvester based on dynamic magnetic coupling[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2022, 39(2): 304-311.

reduced by 81.82%, and the energy harvesting efficiency is increased by 124.22% in the wind speed range of 1 m/s-5 m/s. Finally, the parameter of the spring support stiffness is optimized to improve the energy harvesting efficiency at low wind speed. By changing the stiffness of elastic support, the vibration frequency will be varied and the cut-in wind speed of the system will be reduced. Compared to that of the DM-GEH with the spring stiffness of 1 000 N/m, the cut-in wind speed of the DM-GEH with the spring stiffness of 500 N/m will be reduced by 54.55%, and the energy harvesting efficiency will be increased by 15.35%.

**Key words:** bistability; galloping; energy harvesting; dynamic magnetic force

在过去 20 年中,无线传感器网络和低功率便携设备发展迅速,从环境中获取能量并实现低耗能元件的自供能研究受到了高度关注<sup>[1-5]</sup>。风能具有容易获取、清洁环保和功率密度高等突出优势,而传统风力发电机设计的高成本和复杂性限制了其在低速气流中的适用性。为了有效地从低风速中收集能量,研究人员基于气动弹性失稳机制,提出小型的流致振动能量收集装置<sup>[6-7]</sup>。近年来,驰振、颤振、涡激振动和尾流驰振等流致振动类型被广泛用于压电能量收集<sup>[8-11]</sup>。Zhang 等<sup>[12]</sup>提出了一种基于驰振的纳米发电机,在环境风速超过切入风速时,通过主梁与副梁之间的摩擦,产生较高的输出电压。Tucker 等<sup>[13]</sup>以树叶为灵感,使用翼型结构代替传统钝头体,提高了俘能装置在低风速下的能量收集性能。Ding 等<sup>[14]</sup>研究了不同截面形状的钝头体在涡激振动中的能量收集效率。Muhammad 等<sup>[15]</sup>提出了一种基于尾流驰振的新型压电能量收集系统,实现工作风速范围拓宽,探究了两圆柱体距离对能量收集效率的影响。以上各种流致振动能量收集装置的研究大多着眼于改变钝头体形状,而结构设计也采用线性刚度,因此切入风速较高,在低风速下能量收集效率还有待进一步提高。

为了降低压电式流致振动能量收集系统的切入风速,提高能量收集效率,研究人员将非线性恢复力引入流致振动能量收集系统的结构设计。其中,磁耦合具有结构简单、非机械连接的优点,通过磁力实现系统的调频得到了广泛的应用<sup>[16-18]</sup>。文献<sup>[19-20]</sup>提出了一类非线性涡激振动能量收集系统,通过线性振动理论以及实验获得了磁铁间距对系统固有频率和阻尼比的影响规律。Yang 等<sup>[21]</sup>设计了一类磁耦合的双梁风能收集系统,通过改变磁铁间距发现弱双稳态有利于能量收集。Wang 等<sup>[22]</sup>提出了三稳态驰振压电能量收集系统,实验结果表明该结构比传统线性刚度系统具有更好的能量收集性

能。以上研究表明,虽然相较于线性刚度系统,基于磁力耦合的非线性驰振能量收集系统可增强低风速下的能量收集效率,但是这些结构大都采用固定的磁铁支撑方式,导致势能垒较高,难以获得更低的切入风速。

为了克服固定磁铁势能垒较高的问题,一些研究者提出动态磁铁支撑方式来降低能量收集系统的势能垒。Tang 等<sup>[23]</sup>提出一种带有弹性支撑磁铁的非线性压电能量收集系统,将常规模型的刚性支撑磁铁考虑成弹簧振子,拓宽了有效工作带宽。Nguyen 等<sup>[24]</sup>提出带有动态磁耦合的双稳态能量收集系统,与传统双稳态能量收集系统相比,该系统能有效提高低频环境激励的能量输出。以上关于动态磁铁实现宽频响应的研究都基于基础激励,研究尚未延伸至驰振能量收集系统。如能利用动态势能函数的势能垒特性来降低驰振能量收集系统的切入风速,将大幅提高低速流体下的能量转换效率。

本研究将动态磁铁和驰振能量收集相结合,提出了新型的动态磁耦合驰振能量收集系统(DM-GEH),建立了系统的动力学模型。通过数值模拟比较了 DM-GEH 与 FM-GEH 在振动过程中的势能函数变化规律,对比了 DM-GEH 与 FM-GEH 在 1 m/s ~ 5 m/s 风速范围内的电压输出,验证了 DM-GEH 系统的优越性,分析了 DM-GEH 系统在几种不同刚度的弹簧支撑下能量输出效率以及振动频率的变化,得出了最优弹簧支撑刚度。

## 1 系统设计及理论建模

图 1 提出了一种基于动态磁耦合的驰振能量收集系统(DM-GEH)。在悬臂梁的自由端附着一个方形钝头体,钝头体后放置一个永磁铁 A。磁铁 A 下方的磁铁 B 和弹簧相连。为了限制磁铁在  $xOy$  平面的位移,安装了套筒。悬臂梁在风载作用下发生横

向振动,产生的应变能将通过贴附在悬臂梁末端的压电片转化为电能。

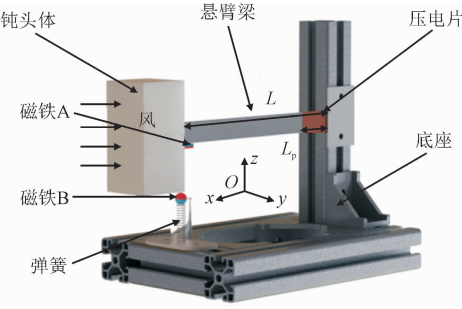


图1 动态磁耦合弛振能量收集系统模型图

Fig. 1 The diagram of galloping energy harvesting system based on dynamic magnetic coupling

为了研究 DM-GEH 系统的动态响应,通过能量法建立系统的分布参数模型,系统动能表示为

$$T = \frac{1}{2} \rho_s A_s \int_0^{L_s} \dot{w}^2 dx + \frac{1}{2} \rho_p A_p \int_0^{L_p} \dot{w}^2 dx + \frac{1}{2} M_{mA} \dot{w}^2_{x=L_s} + \frac{1}{2} M_{mB} \dot{p}^2(t) \quad (1)$$

式中: $\rho_s$ 、 $\rho_p$ 、 $A_s$  和  $A_p$  分别为悬臂梁的密度、压电片的密度、悬臂梁的横截面面积和压电片的横截面面积; $w$  为压电悬臂梁的挠度; $p$  为弹簧位移;“ $\dot{\phantom{x}}$ ”表示对时间  $t$  的微分; $L_s$  和  $L_p$  分别为悬臂梁和压电片的长度; $M_{mA}$  和  $M_{mB}$  分别为悬臂梁的末端质量和磁铁 B 的质量。

系统的总势能可以表示为

$$U_{bp} = \frac{1}{2} E_s I_s \int_0^{L_s} w''^2 dx + \frac{1}{2} E_p I_p \int_0^{L_p} w''^2 dx - \frac{1}{2} e_{31} V(h_s + h_p) b w' \Big|_{x=L_p} + \frac{1}{2} K p^2 - M_{mB} g p \quad (2)$$

式中: $E_s$  和  $E_p$  分别为悬臂梁和压电梁的弹性模量;“ $'$ ”表示对  $x$  的微分; $I_s$  为悬臂梁相对中心轴的截面惯性矩; $I_p$  为压电层相对中心轴的截面惯性矩; $e_{31}$  为压电片的机电耦合系数; $h_s$  和  $h_p$  分别为悬臂梁和压电片的厚度; $b$  为压电片和悬臂梁的宽度; $K$  为弹簧的刚度; $g$  为重力加速度。

基于压电材料的本构模型<sup>[25]</sup>,得到压电材料因压电效应产生的电能:

$$W_p = \frac{1}{4} e_{31} V(h_s + h_p) b w' \Big|_{x=L_p} + \frac{1}{2 h_p} e_{33}^S L_p b V^2 \quad (3)$$

式中: $V$  为压电片的输出电压; $e_{33}^S$  为介电常数。

由于悬臂梁振动频率更接近一阶模态频率,并且在低频环境下,梁的响应中一阶模态的比重较大。

所以计算中只考虑一阶模态而忽略高阶模态。因此悬臂梁挠度可表示为  $w(x, t) = q(t) \phi(x)$ , 其中  $q(t)$  为一阶模态的坐标,  $\phi(x)$  为一阶模态的振型函数。悬臂梁边界条件为一端固支且一端自由,振型函数可表示为<sup>[26]</sup>

$$\phi(x) = 1 - \cos \frac{\pi x}{2 L_s} \quad (4)$$

图2 为动态磁耦合的磁偶极子模型<sup>[27]</sup>,将磁铁 A 和磁铁 B 看作磁偶极子,  $d$  为两磁铁间的初始距离,  $p$  为弹簧的位移量,虚线框表示磁铁 A 和磁铁 B 的不稳定平衡位置。

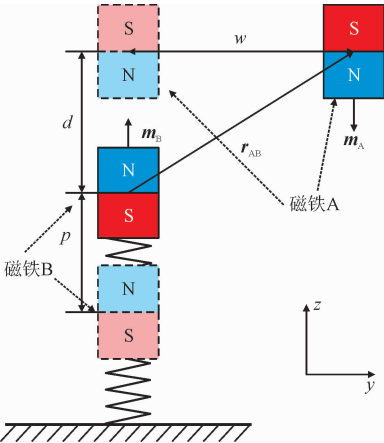


图2 磁偶极子模型

Fig. 2 Magnetic dipoles model

磁铁 B 在磁铁 A 处产生的磁通密度为

$$B_{BA} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \nabla \frac{\mathbf{m}_B \cdot \mathbf{r}_{BA}}{\|\mathbf{r}_{BA}\|_2^3} \quad (5)$$

式中: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  H/m 为真空磁导率; $\nabla$  为向量梯度算子; $\mathbf{m}_A$  和  $\mathbf{m}_B$  分别为磁铁 A, B 的磁偶极矩; $\mathbf{r}_{BA}$  为磁铁 B 到 A 的方向向量; $\|\phantom{x}\|_2$  为 2 范数。

磁铁势能表示为

$$U_m = -\mathbf{B}_{BA} \cdot \mathbf{m}_A \quad (6)$$

将  $\mathbf{B}_{BA}$  的表达式(5)代入到式(6)中,得

$$U_m = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[ \frac{\mathbf{m}_B}{\|\mathbf{r}_{BA}\|_2^3} - \frac{(\mathbf{m}_B \cdot \mathbf{r}_{BA}) \cdot 3 \mathbf{r}_{BA}}{\|\mathbf{r}_{BA}\|_2^5} \right] \times \mathbf{m}_A \quad (7)$$

其中  $\mathbf{r}_{BA}$ 、 $\mathbf{m}_A$  和  $\mathbf{m}_B$  分别表示为

$$\begin{cases} \mathbf{r}_{BA} = [0, p + d, w(L_s, t)] \\ \mathbf{m}_A = [0, -M_A V_A, 0] \\ \mathbf{m}_B = [0, M_B V_B, 0] \end{cases} \quad (8)$$

式中: $M_A$  和  $M_B$  分别为磁铁 A 和 B 的磁化强度; $V_A$  和  $V_B$  分别为磁铁 A 和 B 的体积。将表达式(8)代

入表达式(7), $U_m$  的表达式可重新表示为

$$U_m = \frac{\mu_0 M_A V_A M_B V}{4\pi} \times \frac{-w^2 \Big|_{x=L_s} + 2 \left( (d+p)^2 - 3(d+p)w \Big|_{x=L_s} w' \Big|_{x=L_s} }{\sqrt{w'^2 \Big|_{x=L_s} + 1 \left[ w^2 \Big|_{x=L_s} + (d+p)^2 \right]^{5/2}}}$$

(9)

将方程  $w(x,t) = q(t)\phi(x)$  和式(4)代入式(9)可得

$$U_m = \frac{\mu_0 M_A V_A M_B V}{4\pi} \times \frac{-q^2 \phi^2 \Big|_{x=L_s} + 2 \left( (d+p)^2 \sqrt{q^2 \phi'^2 \Big|_{x=L_s} + 1 \left[ q^2 \phi^2 \Big|_{x=L_s} + (d+p)^2 \right]^{5/2}} - 3(d+p)q^2 \phi \Big|_{x=L_s} \phi'_{x=L_s} }{\sqrt{q^2 \phi'^2 \Big|_{x=L_s} + 1 \left[ q^2 \phi^2 \Big|_{x=L_s} + (d+p)^2 \right]^{5/2}}}$$

(10)

基于双稳态能量收集系统的动能和势能,将  $q$ 、 $p$  和  $V$  作为广义坐标得到 Lagrange 方程,即

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = F_{\text{galloping}} + F_{\xi_0} \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{p}} \right) - \frac{\partial L}{\partial p} = F_{\xi_1} \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{V}} \right) - \frac{\partial L}{\partial V} = Q \end{cases}$$

(11)

式中: $L$  为拉格朗日函数,表示为  $L = T - U_{bp} - U_m - W_p$ ;  $F_{\xi_0}$  和  $F_{\xi_1}$  分别为悬臂梁和弹簧振子的阻尼力,  $F_{\xi_0} = -2M\xi_0\omega_0\dot{q}$ ,  $F_{\xi_1} = -2M\xi_1\omega_1\dot{p}$ <sup>[28-29]</sup>, 其中  $\omega_0$  和  $\omega_1$  分别为悬臂梁一阶模态频率和弹簧振子的固有频率,  $\xi_0$  和  $\xi_1$  分别为悬臂梁和弹簧的结构阻尼比;  $Q$  为广义输出电荷,若压电层两端串联一个阻抗为  $R$  的电阻,根据基尔霍夫定律得到广义电流为  $\dot{Q} = -V/R$ ;  $F_{\text{galloping}}$  为气动力,可近似为关于  $\dot{q}$  的三次多项式<sup>[11]</sup>,即

$$F_{\text{galloping}} = \frac{1}{2}\rho_a A_a U^2 \sum_{i=1}^3 a_i \left( \frac{\dot{q}}{U} \right)^i$$

(12)

式中: $\rho_a$  为空气密度;  $A_a$  为钝头体迎风面积;  $U$  为风速;  $a_i$  为空气动力系数,取决于迎风面的几何形状,可以通过 CFD 仿真获得气动载荷,并利用三次多项式拟合升力与转角之间的关系明确<sup>[30]</sup>。

双稳态驰振能量收集系统的非线性机电耦合振动控制方程可表示为

$$\begin{cases} M \ddot{q} + K_0 q + \frac{\partial U_m}{\partial q} - \theta V = F_{\text{galloping}} + F_{\xi_0} \\ M_{mB} \ddot{p} + Kp - M_{mB} g + \frac{\partial U_m}{\partial p} = F_{\xi_1} \\ \theta \dot{q} + C_p \dot{V} = \frac{-V}{R} \end{cases}$$

(13)

其中

$$\begin{aligned} M &= \rho_s A_s \int_0^{L_s} \phi^2 dx + \rho_p A_p \int_0^{L_p} \phi^2 dx + \phi^2 \Big|_{x=L_s} M_{mA}, \\ K_0 &= E_s I_s \int_0^{L_s} \phi''^2 + E_p I_p \int_0^{L_p} \phi''^2, \\ \theta &= \frac{1}{4} e_{31} (h_s + h_p) b \phi' \Big|_{x=L_p}, \\ C_p &= e_{33}^S L_p b / h_p \end{aligned}$$

式中: $M$  为等效质量;  $K_0$  为等效刚度;  $\theta$  为机电耦合系数;  $C_p$  为等效电容; “ $\cdot$ ”和“ $\ddot{\phantom{x}}$ ”分别表示各物理量对时间的一阶、二阶导数。

为体现动态磁耦合的优越性,将弹簧支撑的驰振能量收集系统与相同条件下的刚性支撑系统进行比较。在式(13)中,令  $p = \dot{p} = \ddot{p} = 0$  便得到了固定磁耦合能量收集系统的振动控制方程。基于表 1 中的参数<sup>[31-32]</sup>,图 3 给出了弹簧刚度为 500 N/m 时动态磁耦合驰振能量收集系统(DM-GEH)与固定磁耦合驰振能量收集系统(FM-GEH)的势能函数<sup>[33]</sup>。

表 1 DM-GEH 系统模型参数及取值

Tab. 1 Model parameters and values of DM-GEH system

参数	符号	取值
悬臂梁密度/(kg·m <sup>-3</sup> )	$\rho_s$	7 800
压电片密度/(kg·m <sup>-3</sup> )	$\rho_p$	7 700
悬臂梁横截面面积/m <sup>2</sup>	$A_s$	$8 \times 10^{-6}$
压电片横截面面积/m <sup>2</sup>	$A_p$	$6 \times 10^{-6}$
悬臂梁长度/m	$L_s$	0.12
压电片长度/m	$L_p$	0.02
悬臂梁末端质量/kg	$M_{mA}$	0.005
磁铁 B 质量/kg	$M_{mB}$	0.01
悬臂梁弹性模/Pa	$E_s$	$2.1 \times 10^{11}$
压电片弹性模量/Pa	$E_p$	$2.7 \times 10^{10}$
悬臂梁厚度/m	$h_s$	$4 \times 10^{-4}$
压电片厚度/m	$h_p$	$3 \times 10^{-4}$
机电耦合系数/(C·m <sup>-2</sup> )	$e_{31}$	-11.6
悬臂梁和压电片宽度/m	$b$	0.02
介电常数/(nF·m <sup>-1</sup> )	$e_{33}^S$	$3.18 \times 10^{-8}$
磁铁 A,B 磁化强度/(A·m <sup>-1</sup> )	$M_A, M_B$	$1.5 \times 10^6$
磁铁 A,B 体积/m <sup>-3</sup>	$V_A, V_B$	$1.57 \times 10^6$
空气密度/(kg·m <sup>-3</sup> )	$\rho_a$	1.29
钝头体迎风面积/m <sup>2</sup>	$A_a$	0.003 4
空气动力系数	$a_1, a_2, a_3$	1.465, 0, -6.36
外接电阻/ $\Omega$	$R$	$1 \times 10^6$

chinaXiv-202306-00428v1

图 3 中:绿色曲线反映了 FM-GEH 系统的势能变化,为其势能垒高度;红色和蓝色曲线分别为 DM-GEH 系统速度大于 0 和速度小于 0 时的势能的曲线。随着悬臂梁发生稳态振动,梁从其中一个稳态位置跃迁至另一个稳态位置。磁铁的相互作用力使磁铁 B 向下挤压弹簧,从而两个磁铁间的距离增大,原固定磁耦合系统的势能垒消失,这时悬臂梁更容易从一个稳态位置跃迁到另一个稳态位置。

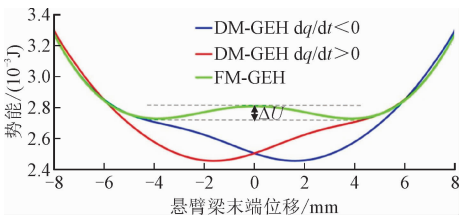


图 3 两种能量收集系统势能变化

Fig. 3 Potential energy of DM-GEH system and FM-GEH system

图 4 为 DM-GEH 和 FM-GEH 系统的稳态平衡位置随弹簧刚度的变化。可以看出:弹簧刚度过小时,DM-GEH 系统为单稳态,系统只有一个稳定平衡位置;随着弹簧刚度的增大,系统开始通过超临界叉形分岔出现双稳态,并且稳定的平衡位置开始逐渐向 FM-GEH 系统的稳定平衡位置靠近。

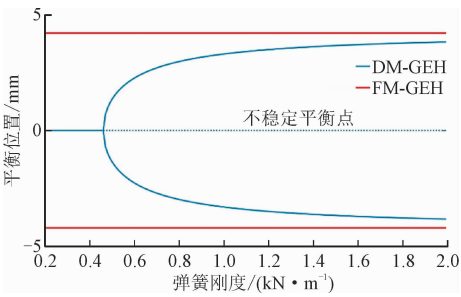


图 4 DM-GEH 和 FM-GEH 平衡点位置

Fig. 4 Equilibrium position of DM-GEH and FM-GEH

2 数值模拟

当弹簧刚度为 1 000 N/m 时,图 5 比较了 DM-GEH 系统与 FM-GEH 系统在不同风速下的均方电压响应。FM-GEH 系统在风速为 4 m/s 时进入到驰振状态,而引入动态磁耦合的 DM-GEH 系统的切入风速将提前至 2.2 m/s,切入风速减小了 81.82%。相比 FM-GEH 系统,DM-GEH 可以在更低的风速下

产生更高电压。

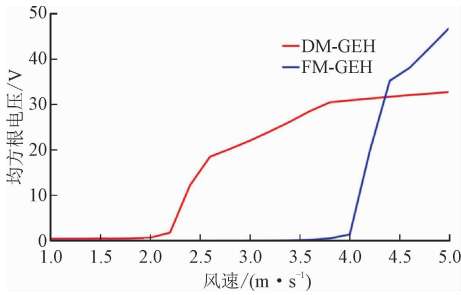


图 5 DM-GEH 和 FM-GEH 在不同风速下的均方根电压响应

Fig. 5 RMS voltage response of DM-GEH system and FM-GEH system at different wind speeds

若使用风速-电压曲线与坐标轴围成的面积来表示该风速段的能量收集效率,则在 1 m/s ~ 5 m/s 风速范围内,DM-GEH 系统与 FM-GEH 系统相比,能量收集效率提高率可表示为

$$\eta = \frac{A_{DM-GEH} - A_{FM-GEH}}{A_{FM-GEH}} \times 100\% \quad (14)$$

式中: $A_{DM-GEH}$  和  $A_{FM-GEH}$  分别为 DM-GEH 和 FM-GEH 的风速-电压曲线与坐标轴围成的面积。经计算可知,DM-GEH 系统的能量收集效率比 FM-GEH 系统提高了 124.22%。

图 6 比较了 DM-GEH 系统和 FM-GEH 系统在风速为 2.8 m/s 和 4 m/s 时位移的时域响应和相轨迹曲线。可以看出:当风速为 2.8 m/s 时,FM-GEH 的位移响应几乎为 0;而 DM-GEH 已经开始出现围绕两个平衡位置的微幅振动。当风速为 4 m/s 时,FM-GEH 的振幅虽然稍有增加,但是仍然限制在右边的势能阱中。而 DM-GEH 系统在同样的风速下已经可以越过势能垒,呈现围绕两个稳定平衡位置的大幅周期运动。风速进一步增大到 5 m/s 时,FM-GEH 和 DM-GEH 都呈现阱间振动响应,且由于 FM-GEH 系统存在较大阱间位移,因此其位移响应已经超越 DM-GEH。

为了说明不同弹簧支撑刚度对能量收集效率的影响规律,分别取弹簧刚度为 200 N/m、500 N/m、1 000 N/m 和 2 000 N/m,分析不同刚度弹簧支撑下的系统响应,结果如图 7 所示。其中图 7(a)比较了 FM-GEH 及 DM-GEH 随风速变化的电压响应;图 7(b)为通过快速傅里叶变换得到的 DM-GEH 的悬臂梁振动频率。

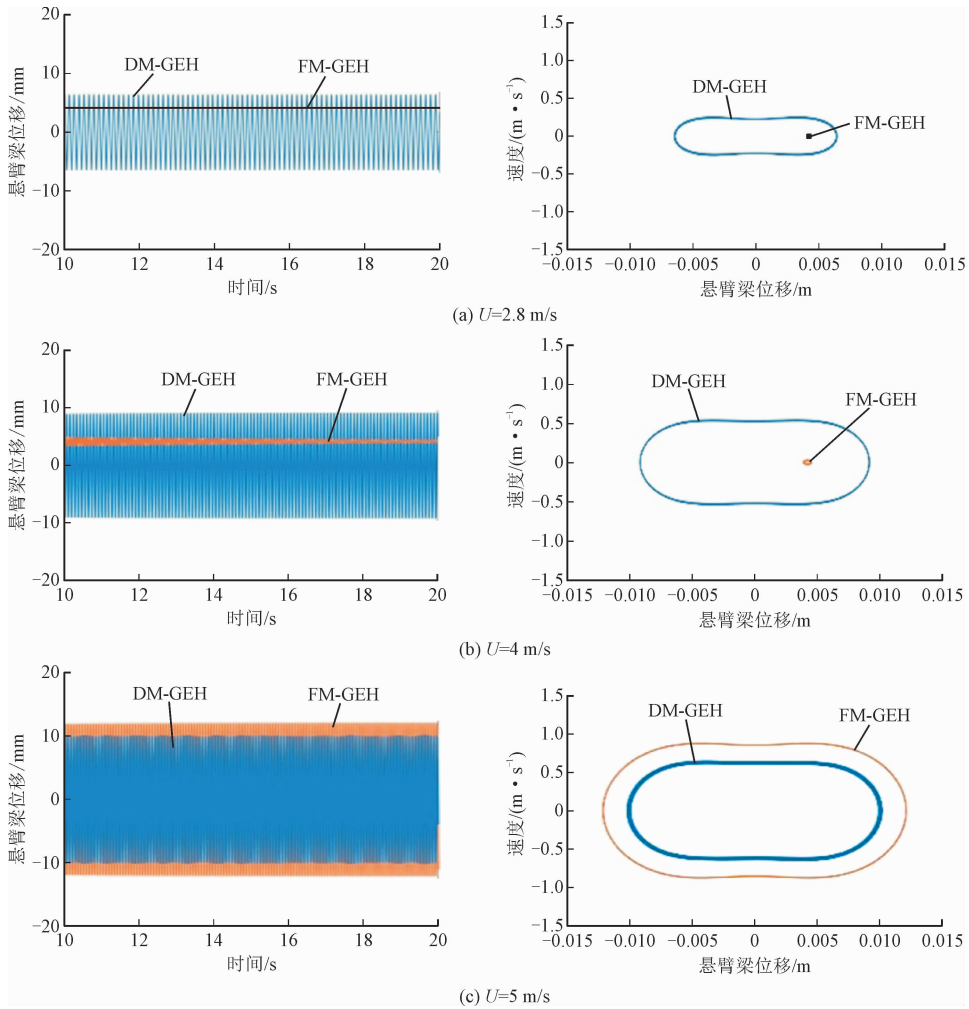


图6 DM-GEH 和 FM-GEH 的电压时域响应和相轨迹

Fig. 6 Time domain response of voltage and phase portraits of DM-GEH system and FM-GEH system

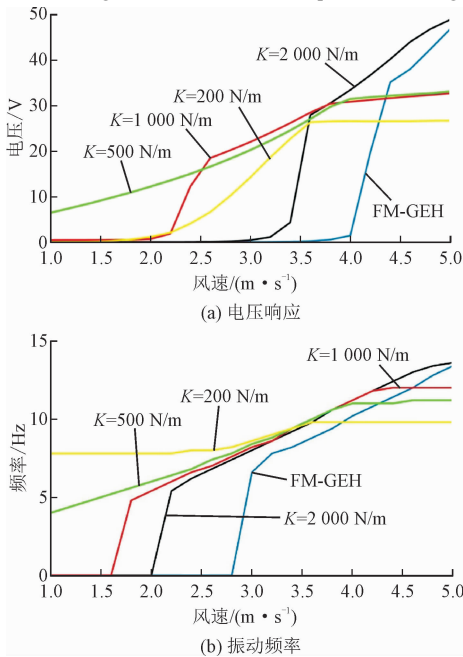


图7 不同刚度弹簧支撑下系统响应

Fig. 7 The response of DM-GEH with different stiffness springs

由图 7(a) 可以看出: 各种弹簧刚度的 DM-GEH 在低风速 ( $U < 4.2 \text{ m/s}$ ) 下产生的电压响应均高于 FM-GEH 系统; 当  $K = 500 \text{ N/m}$  时, 系统的切入风速最小, 在  $1 \text{ m/s} \sim 2.2 \text{ m/s}$  低风速范围内产生的电压响应相对较高; 与  $K = 1000 \text{ N/m}$  的系统相比,  $K = 500 \text{ N/m}$  的 DM-GEH 系统切入风速由  $2.2 \text{ m/s}$  进一步提前至  $1 \text{ m/s}$ , 切入风速提前了  $54.55\%$ ; 在  $1 \text{ m/s} \sim 5 \text{ m/s}$  风速范围内能量收集效率提高了  $15.35\%$ 。由图 7(b) 可以看出: 通过将不同支撑刚度 DM-GEH 进行比较, 降低支撑刚度有助于在低风速范围上产生响应, 响应的频率都高于 FM-GEH; 随着风速的增加, 不同刚度支撑系统的振动响应频率都将增大, 且增大的幅度与支撑刚度成反比; 当风速达到一定时 ( $U > 4.3 \text{ m/s}$ ), 由于低弹簧刚度的 DM-GEH 系统的振动响应频率较低, 无法与较高的风速不同步, 产生的电压将低于高弹簧刚度的 DM-GEH 和 FM-GEH。

图 8(a) 给出了  $U = 3 \text{ m/s}$  下弹簧刚度分别为

200 N/m、500 N/m、1 000 N/m 和 2 000 N/m 时弹簧的伸缩量、悬臂梁的位移和系统轨迹。从图 8(a)中可以看出:磁铁和悬臂梁在 4 种支撑刚度下的位移都呈现周期变化;在单个周期中,当悬臂梁移动到中心位置时,磁铁的斥力最大,此时弹簧的压缩量达到最大;当悬臂梁移动到两端时磁力对弹簧的影响较小,弹簧将维持在静平衡位置;弹簧刚度存在最优值,当弹簧刚度为 1 000 N/m 时,系统的悬臂梁位移达到最大。如图 8(b)所示,当弹簧刚度为 200 N/m 时,磁斥力对弹簧上磁铁位移的影响明显,此时两磁铁间距随着弹簧伸缩量的增加而增大,系统相轨迹呈现围绕零点的小幅单稳态响应。当弹簧刚度为 2 000 N/m 时,磁斥力作用下弹簧伸缩量较小,势能垒相对于 FM-GEH 的变化不明显,在  $U=3\text{ m/s}$  的风速下无法实现大幅的双稳态驰振,相轨迹限制在右端的平衡位置。

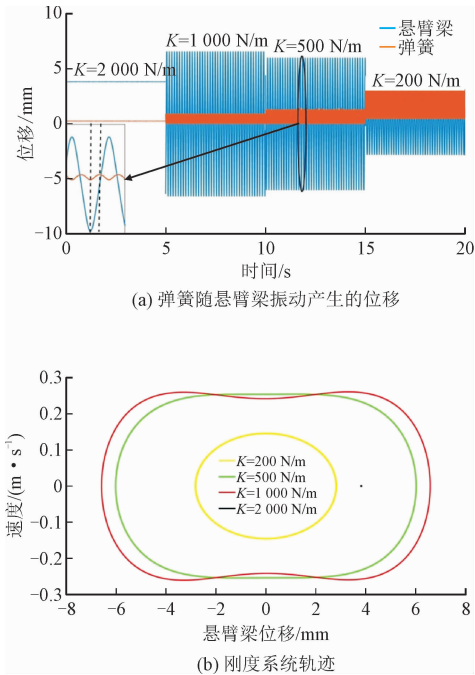


图8 不同弹簧刚度下弹簧随悬臂梁振动产生的位移及系统轨迹

Fig. 8 Displacement of cantilever beam, spring and phase portrait of DM-GEH with different stiffness springs

3 结 论

为了提高低风速下的能量收集效率,本研究提出了一种动态磁耦合驰振能量收集装置 (DM-GEH),利用能量法建立了其动力学模型,比较了其

速下的能量收集效率,研究了弹簧支撑刚度对系统响应的规律。通过数值模拟得到如下结论。

1) 相比于 FM-GEH, 支撑弹簧刚度为 1 000 N/m 的 DM-GEH 在低风速下更容易出现双阱跳跃, 切入风速由 4 m/s 降低至 2.2 m/s, 并在 2.2 m/s ~ 4.2 m/s 的低风速段输出更大电压响应。

2) 通过参数分析发现, 不同弹簧支撑刚度的 DM-GEH 系统在低风速下的电压响应均高于 FM-GEH。系统存在较优的弹簧刚度系数, 即弹簧刚度系数为 500 N/m 时的切入风速最低, 在低风速下的位移和电压响应的幅值也更大。

3) 当低风速下时, 由于低支撑刚度的 DM-GEH 易于实现驰振, 因此它的响应频率高于 FM-GEH。然而当风速较高时, 由于 DM-GEH 系统的响应频率无法与悬臂梁的固有频率同步, 相应的电压响应要低于 FM-GEH。

参考文献

[1] 吴子英, 叶文腾, 刘蕊. 一种新型双稳态电磁式振动能量捕获器动力学特性研究 [J]. 应用力学学报, 2017, 34 (5) : 848-854. (WU Ziyang, YE Wenteng, LIU Rui. Study on dynamic characteristics of a new bistable electromagnetic vibration energy harvester [J]. Chinese journal of applied mechanics, 2017, 34 (5) : 848-854 (in Chinese)).

[2] LI Huidong, TIAN Chuan, DENG Z D. Energy harvesting from low frequency applications using piezoelectric materials [J]. Applied physics reviews, 2014, 6 (5) : 23-45.

[3] 张新华, 曹保峰. 非线性振动系统的能量传递机理 [J]. 应用力学学报, 2013, 30 (6) : 840-844. (ZHANG Xinhua, CAO Baofeng. Energy transfer mechanism of nonlinear vibration system [J]. Chinese journal of applied mechanics, 2013, 30 (6) : 840-844 (in Chinese)).

[4] 李孙猛, 吴子英, 牛峰琦. 简谐激励下的双稳态振动能量收集器动力学分析 [J]. 应用力学学报, 2016, 33 (6) : 1034-1037. (LI Sunmeng, WU Ziyang, NIU Fengqi. Dynamic analysis of bistable vibration energy collector under simple harmonic excitation [J]. Chinese journal of applied mechanics, 2016, 33 (6) : 1034-1037 (in Chinese)).

[5] ANTONIO B G, SANTIAGO P, SERGIO A. Extracting energy from vortex-induced vibrations: A parametric study [J]. Applied mathematical modelling, 2012, 36 (7) : 3153-3160.

[6] 刘悦, 李一博, 芮小博, 等. 球形管道内检测器压电能量收集器设计及实验研究 [J]. 振动与冲击, 2020, 39 (19) : 258-265. (LIU Yue, LI Yibo, RUI Xiaobo, et al. Design and experimental study of piezoelectric energy collector for spherical tube detector [J]. Journal of vibration and shock, 2020, 39 (19) : 258-265 (in Chinese)).

[7] TAN Ting, YAN Zhimiao, LEI Hong, et al. Geometric nonlinear distributed parameter model for cantilever-beam piezoelectric energy harvesters and structural dimension analysis for galloping mode [J].

- Journal of intelligent material systems and structures, 2017, 28 (20):3066-3078.
- [8] 靳遵龙,李国平,耿林风,等. 被动湍流控制圆柱驰振能量收集的等效电路研究[J]. 振动与冲击, 2020, 39 (9): 207-213. (JIN Zunlong, LI Guoping, GENG Linfeng, et al. Study on equivalent circuit of passive turbulence controlled cylindrical gallop energy collection[J]. Journal of vibration and shock, 2020, 39 (9): 207-213 (in Chinese)).
  - [9] 王定标,苏震,史兆臣,等. 基于等效电路法的变三角截面驰振压电能量收集研究[J]. 固体力学学报, 2019, 40 (5): 441-450. (WANG Dingbiao, SU Zhen, SHI Zhaochen, et al. Study on energy harvesting of piezoelectrics with variable triangular cross-section based on equivalent circuit method[J]. Acta mechanica solida sinica, 2019, 40 (5): 441-450 (in Chinese)).
  - [10] HE Xuefeng, YANG Xiaokang, JIANG Senlin. Enhancement of wind energy harvesting by interaction between vortex-induced vibration and galloping[J]. Applied physics letters, 2018, 112 (3): 033901.
  - [11] BARRERO-GIL A, ALONSO G, SANZ-ANDRES A. Energy harvesting from transverse galloping[J]. Journal of Sound and vibration, 2010, 329 (14): 2873-2883.
  - [12] ZHANG Lanbin, MENG Bo, XIA Yang, et al. Galloping triboelectric nanogenerator for energy harvesting under low wind speed[J]. Nano energy, 2020, 70: 104477.
  - [13] TUCKER H, KHOVANOV A, DENISSENKO P. A galloping energy harvester with flow attachment[J]. Applied physics letters, 2019, 114: 104103.
  - [14] DING Lin, ZHANG Li, WU Chunmei, et al. Flow induced motion and energy harvesting of bluff bodies with different cross sections [J]. Energy conversion and management, 2015, 91: 416-426.
  - [15] MUHAMMAD U, ASAD H, KIM I H, et al. Experimental validation of a novel piezoelectric energy harvesting system employing wake galloping phenomenon for a broad wind spectrum [J]. Energy, 2018, 153: 882-889.
  - [16] HU Guobiao, WANG Junlei, TANG Lihua. A comb-like beam based piezoelectric system for galloping energy harvesting[J]. Mechanical systems and signal processing, 2021, 150: 107301.
  - [17] 胡晨阳, 吴子英, 常宇琛, 等. 改进的双稳态涡激振动能量收集器的发电性能研究[J]. 机械科学与技术, 2020, 39 (10): 1555-1562. (HU Chenyang, WU Ziying, CHANG Yuchen, et al. Study on power generation performance of improved bistable vortex-induced vibration energy collector[J]. Mechanical science and technology for aerospace engineering, 2020, 39 (10): 1555-1562 (in Chinese)).
  - [18] YANG Kai, WANG Junlei, DANIL Y. A double-beam piezo-magneto-elastic wind energy harvester for improving the galloping-based energy harvesting [J]. Applied physics letters, 2019, 115 (19): 193901.
  - [19] NASEER R, DAI HULIANG, ABDELKEFI A, et al. Piezo magneto-elastic energy harvesting from vortex-induced vibrations using monostable characteristics [J]. Applied energy, 2017, 203: 142-153.
  - [20] ZHANG Lanbin, ABDELKEFI A, DAI Huliang, et al. Design and experimental analysis of broadband energy harvesting from vortex-induced vibrations[J]. Journal of sound and vibration, 2017, 408: 210-219.
  - [21] YANG Kai, QIU Tian, WANG Junlei, et al. Magnet-induced monostable nonlinearity for improving the VIV galloping-coupled wind energy harvesting using combined crosssectioned bluff body [J]. Smart materials and structures, 2020, 29 (7): 07LT01.
  - [22] WANG Junlei, GENG Linfeng, ZHOU Shengxi, et al. Design, modeling and experiments of broadband tristable galloping piezoelectric energy harvester[J]. Acta mechanica sinica, 2020, 36: 592-605.
  - [23] TANG Lihua, YANG Yaowen. A nonlinear piezoelectric energy harvester with magnetic oscillator [J]. Applied physics letters, 2012, 101 (9): 094102.
  - [24] NGUYEN M S, YOON Y J, KWON O, et al. Lowering the potential barrier of a bistable energy harvester with mechanically rectified motion of an auxiliary magnet oscillator [J]. Applied physics letters, 2017, 111 (25): 253905.
  - [25] ERTURK A, INMAN D J. Parameter identification and optimization in piezoelectric energy harvesting: Analytical relations, asymptotic analyses, and experimental validations[J]. Proceedings of the institution of mechanical engineers, part I: journal of systems and control engineering, 2011, 225 (14): 485-496.
  - [26] YUNG K W, LANDECKER P B, VILLANI D. An analytic solution for the torque between two magnetic dipoles [J]. Magnetic and electrical separation. 1999, 10: 29-33.
  - [27] MICHAEL I, FARUQUE A, ONUR B, et al. Non-linear piezoelectric vibration energy harvesting from a vertical cantilever beam with tip mass [J]. Journal of intelligent material systems and structures, 2010, 23 (13): 1505-1521.
  - [28] 倪振华. 振动力学 [M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1989.
  - [29] ZHANG Lanbin, DAI Huliang, ABDELKEFI A, et al. Theoretical modeling, wind tunnel measurements, and realistic environment testing of galloping-based electromagnetic energy harvesters [J]. Applied energy, 2019, 254: 113737.
  - [30] ABDELMOULA H, ABDELKEFI A. The potential of electrical impedance on the performance of galloping systems for energy harvesting and control applications [J]. Journal of sound and vibration, 2016, 370: 191-208.
  - [31] LI Kui, YANG Zhichun, GU Yingsong, et al. Nonlinear magnetic-coupled flutter-based aeroelastic energy harvester: Modeling, simulation and experimental verification [J]. Smart materials and structures, 2018, 28 (1): 015020.
  - [32] 唐伟, 王小璞, 曹景军. 非线性磁式压电振动能量采集系统建模与分析 [J]. 物理学报, 2014, 63 (24): 76-89. (TANG Wei, WANG Xiaopu, CAO Jingjun. Modeling and analysis of nonlinear magnetic piezoelectric vibration energy acquisition system[J]. Acta physica sinica, 2014, 63 (24): 76-89 (in Chinese)).
  - [33] CAO Junyi, WANG Wei, ZHOU Shengxi, et al. Nonlinear time-varying potential bistable energy harvesting from human motion [J]. Applied physics letters, 2015, 107 (14): 174103.